La máquina de Atwood

La máquina de Atwood fue propuesta por el matemático Inglés George Atwood (1745-1807) con el propósito de ilustrar los efectos de las leyes de Newton. Esta máquina consiste esencialmente de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 conectados mediante una cuerda, la que a su vez pasa por una polea, estas últimas con condiciones tales que puedan ser consideradas ideales. Esta máquina es similar a la mostrada en la figura 1, pero en el caso de la máquina de Atwood $r_1 = r_2$. La aceleración de los bloques depende del valor de sus masas. Si ambas masas son iguales, el sistema queda en equilibrio y los bloques no aceleran. Si las masas difieren levemente, entonces la aceleración es levemente distinta de cero. A medida que la diferencia de las masas es mayor, la aceleración de los bloques es mayor.

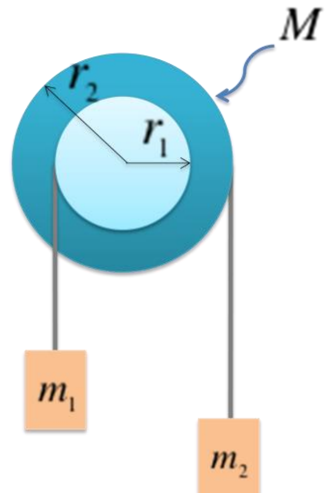

Figura 1: Esquema del sistema mecánico que se estudiará.

En este laboratorio se experimentará con un sistema similar a la máquina de Atwood, pero por motivos pedagógicos utilizaremos una polea de dos pasos ($r_1 \neq r_2$), a la cual se le podrá incorporar discos con masas con el propósito de variar su momento de inercia. Un esquema del sistema que se estudiará se presenta en la figura 1. Uno de los objetivos de esta experiencia es determinar el valor de la aceleración de gravedad, midiendo la aceleración de la polea, para ello utilizaremos el sensor de movimiento rotacional Pasco. A continuación se presenta el análisis teórico del sistema el cuál se utilizará en el desarrollo de este laboratorio.

Para analizar el comportamiento dinámico del sistema mostrado en la figura 1, es conveniente realizar los diagramas de cuerpo libre (DCLs) para ambos bloques y la polea, los que se presentan en la figura 2.

Del DLC para el bloque de masa m_1, la segunda ley de Newton indica que:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a_1 \tag{1}$$

Analogamente, para el bloque de masa m_2 se obtiene:

$$T_2 - m_2 g = m_2 a_2 \tag{2}$$

Luego analizando la dinámica rotacional de la polea, se tiene que:

$$T_1 r_1 - T_2 r_2 = I\alpha \tag{3}$$

donde *I* es el momento de inercia de la polea. Considerando que las cuerdas no deslizan, la aceleración lineal de los bloques se puede relacionar con la aceleración angular de la polea, mediante la siguiente relación:

$$\alpha = \frac{a_1}{r_1} = \frac{a_2}{r_2} \tag{4}$$

Con las cuatro ecuaciones anteriores, podemos otener una expresión para la aceleración de gravedad en función de la aceleración angular de la polea, y los otros parámetros del sistema.

$$g = \alpha \frac{\left(I + m_1 r_1^{\ 2} + m_2 r_2^{\ 2}\right)}{\left(m_1 r_1 - m_2 r_2\right)} \tag{5}$$

Se define Coef como.

$$Coef = \frac{\left(m_1 r_1 - m_2 r_2\right)}{\left(I + m_1 r_1^{\ 2} + m_2 r_2^{\ 2}\right)} \tag{6}$$

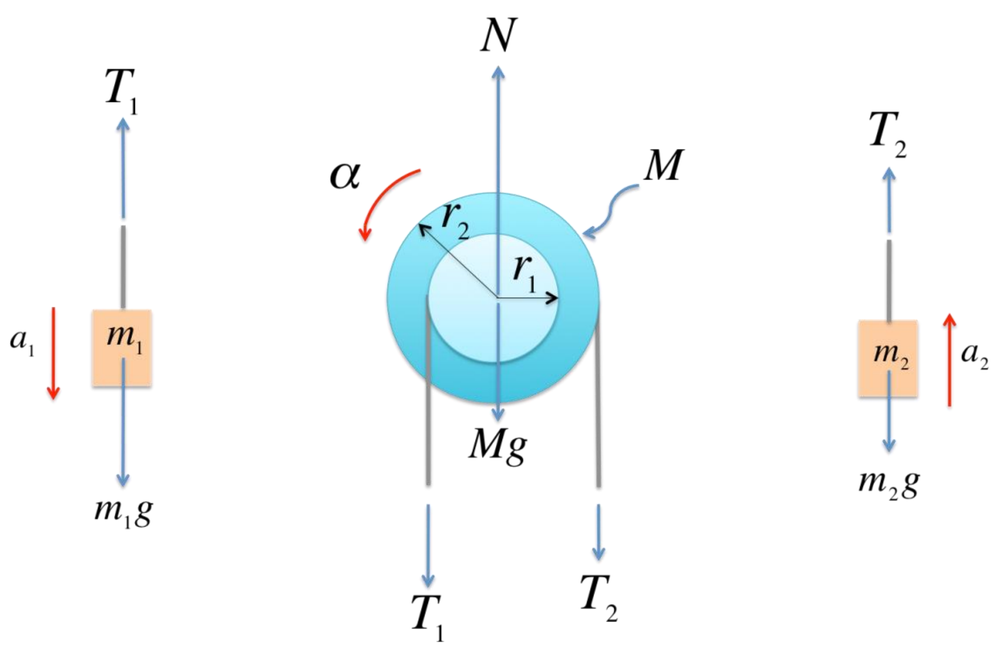

Figura 2: Diagramas de cuerpo libre para ambos bloques y la polea.

- Objetivo

Obtener experimentalmente el valor de la aceleración de gravedad utilizando un sistema de poleas. Estudiar el comportamiento de una polea con masa.

- Materiales

  - Sensor de movimiento rotacional Pasco.
  - 2 trozos de hilo.
  - 2 ganchos con variadas masas.
  - 2 discos con distinta masa.
  - Balanza digital.
  - Pie de metro.
  - Soporte universal.
  - Computador con programa Data Studio.

- Montaje y procedimiento experimental.

1. Instalar el sensor de movimiento rotacional en el soporte universal y conectarlo a la interfaz en los canales 1 y 2.
2. Colgar los ganchos, previamente masados, de los hilos en las poleas del sensor como se aprecia en la Figura 3(a). Es importante que uno de las dos pueda desplazarse al menos 30 cm antes de tocar la polea. Note que inicialmente no se le debe incorporar la masa a la polea, por ello en este caso podemos considerar que su momento de inercia "I" es despreciable.

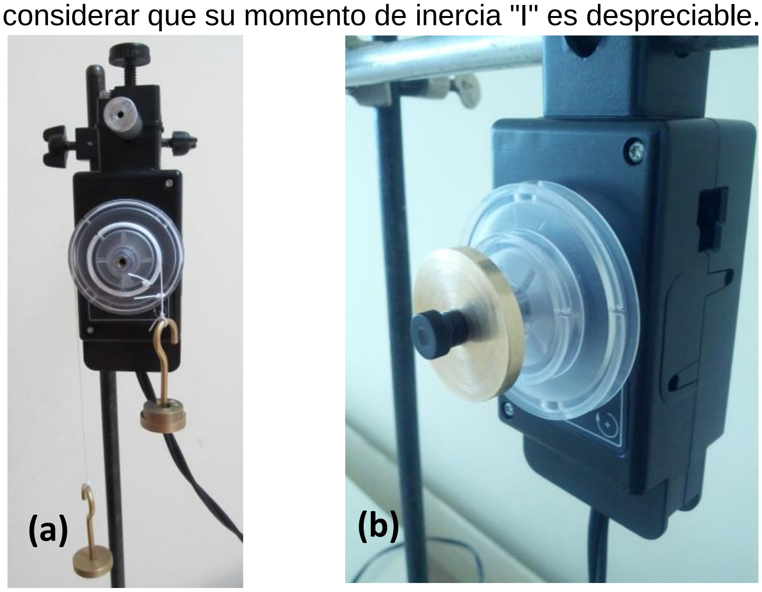

Figura 3: Montaje experimental. (a) Detalle del montaje de los cuerpos con masa. (b) Detalle de la incorporación de masa a la polea.

3. Seleccionar como medición del sensor, la velocidad angular y fijar la frecuencia de muestreo en 10Hz.
4. Presionar "start" en el programa y dejar evolucionar libremente el sistema de manera tal que se ponga en movimiento.
5. Del gráfico velocidad angular v/s tiempo, determinar el mejor valor para la pendiente. Utilizar el ajuste lineal para esto.
6. Realizar los pasos 4 y 5 para cinco combinaciones distintas de masas en los ganchos.
7. Agregar un peso conocido, en forma de disco, en la parte frontal de la polea, tal como se muestra en la figura 3(b). Con esto el momento de inercia de la polea no será despreciable. Recuerde que el momento de inercia de un disco homogéneo es $MR^2/2$, donde M es la masa y R es el radio del disco.
8. Repetir los pasos 4 al 6 para esta nueva configuración.
9. Agregar un segundo disco a la polea y volver a repetir los pasos 4 al 6.

- Análisis

1. En el programa "Excel", realizar tres tablas con la información de las cinco repeticiones (M_1, M_2, R_1, R_2, I, α y Coef de la ecuación 6). Una tabla para cada situación, esto es, polea sin peso, polea con un disco y polea con dos discos.

2. Realizar un gráfico de dispersión por cada situación que relacione α v/s Coef. Realizar el ajuste necesario a las curvas en “Excel” y pedir que este presente la ecuación en el gráfico.

3. Explicar sus resultados.

4. Comparar los valores obtenidos para la aceleración de gravedad con el valor aceptado ($9{,}81 m/s^2$). Determine el error para cada combinación de parámetros (M_1, M_2, R_1, R_2, I).

- Preguntas

1. En una máquina de atwood ($r_1 = r_2$) en la cual la polea y cuerdas son ideales, ¿cuál es el máximo valor teórico de la aceleración lineal?
2. ¿En qué condiciones se podría obtener este valor de aceleración? (referido en la pregunta anterior)
3. ¿Con cuál (o cuáles) combinación de parámetros se obtuvo el menor error en la determinación del valor de la aceleración de gravedad?
4. ¿Qué argumentos físicos pueden explicar su respuesta anterior?